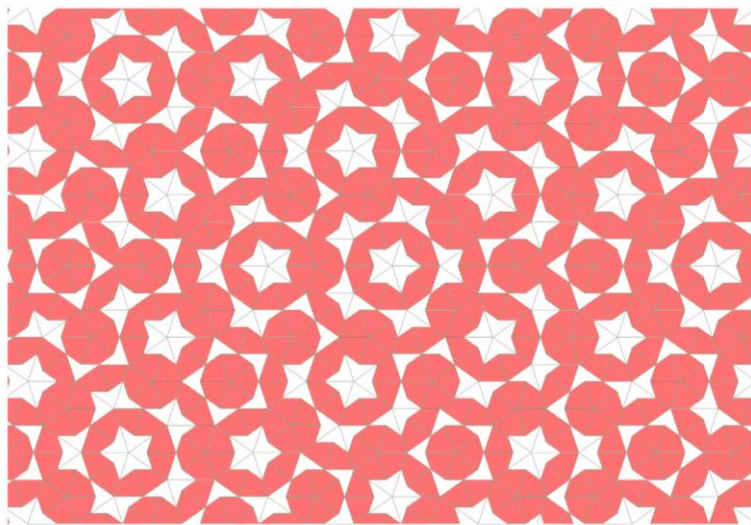


P E N R O S E O V A
T E S E L A C E



Dominik Rejthar
FA CVUT
Semestrální
práce
Deskriptivní
geometrie
2017/2018

Obsah

4	Teselace obecně
5	Penroseova teselace
8	Geometrický postup
13	Příklad použití Penroseovy teselace
14	Pánský motýlek

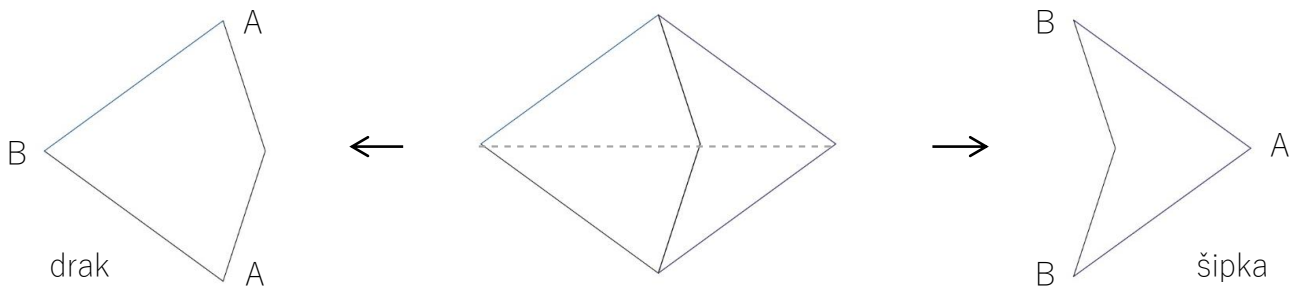
Teselace obecně

Teselace je vyplnění roviny nebo prostoru pomocí jednoho nebo více geometrických útvarů bez překrývání a bez vzájemných mezer. Anglické slovo tessellation nebo taky tiling pochází z řeckého slova $\tau \acute{\epsilon} \sigma \sigma \alpha \rho \epsilon \varsigma$ s významem „čtyři“. V českém jazyce se používá pojem pokrývání roviny, někdy též mozaika nebo parketáž. Teselace se přirozeně vyskytuje v živé přírodě (hadí kůže, želví krunýř, včelí plástev), neživé přírodě (struktura krystalů) a ve světě vytvořeném člověkem. Útvary vyplňující rovinu se nazývají cely nebo buňky. Problematikou teselace se zabývali již athénští atomisté, ovšem autorem první úspěšné matematické studie z roku 1619 je Johannes Kepler.

Penroseova teselace

Penroseova teselace je neperiodicky vyplněná plocha, pojmenovaná po britském matematikovi a fyzikovi Rogeru Penroseovi (*8.8. 1931), zabývajícím se zejména obecnou relativitou a kosmologií.

Roku 1973 objevil Penrose sadu šesti dlaždic nečtvercového typu, které vyvolávají neperiodicitu, což znamená, že posunutá kopie nikdy nebude odpovídat originálu. O rok později jejich počet snížil na čtyři a později dokonce pouze na dvě. Pár tvoří tzv. šipky a draci. Tyto dva tvary jsou odvozeny z kosočtverce s úhly 72 a 108 stupňů. Delší z uhlopříček rozdělíme v poměru zlatého řezu $(1+\sqrt{5})/2 = 1,6183398$, vzniklý bod spojíme s vnitřními tupými úhly a kosočtverec rozdělíme na dva obrazce. Pravidlo pro seskupování těchto tvarů vyplývá z délek jednotlivých stěn. Popíšeme-li vrcholy, jako je tomu na obrázku (A a B), tak platí zásada, že spolu mohou sousedit pouze vrcholy se stejným označením.



▲01 Schéma vzniku šipky a draka

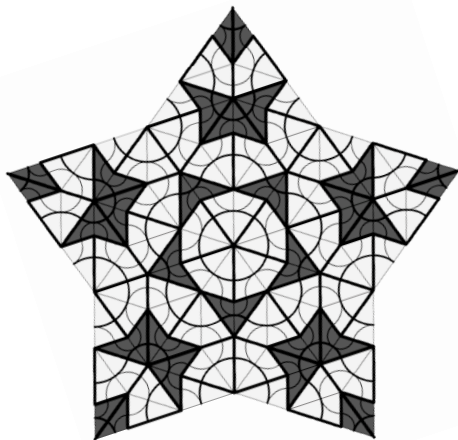
Plochu zahajujeme seskupením draků nebo šípů kolem bodu. Použitím draků vzniká slunce a použitím šípů hvězda. Pokračováním v dláždění vznikají pravidelné pětiúhelníky. Ve tvoření používáme vlastností jednotlivých tvarů a to, že plochu každého draka i šípu jsme schopni vyplnit stejnými menšími tvary (například draka můžeme vyplnit dvěma menšími draky a šípem, tím vznikne eso). Samotnými pětiúhelníky nelze vytvořit souvislá plocha, vyplníme-li však pětiúhelník draky a šípy, jednotlivé tvary dále rozdělujeme dalšími menšími segmenty a tento postup několikrát opakujeme, vzniklá plocha je nekonečná.



▲02 Názvy vznikajících seskupení

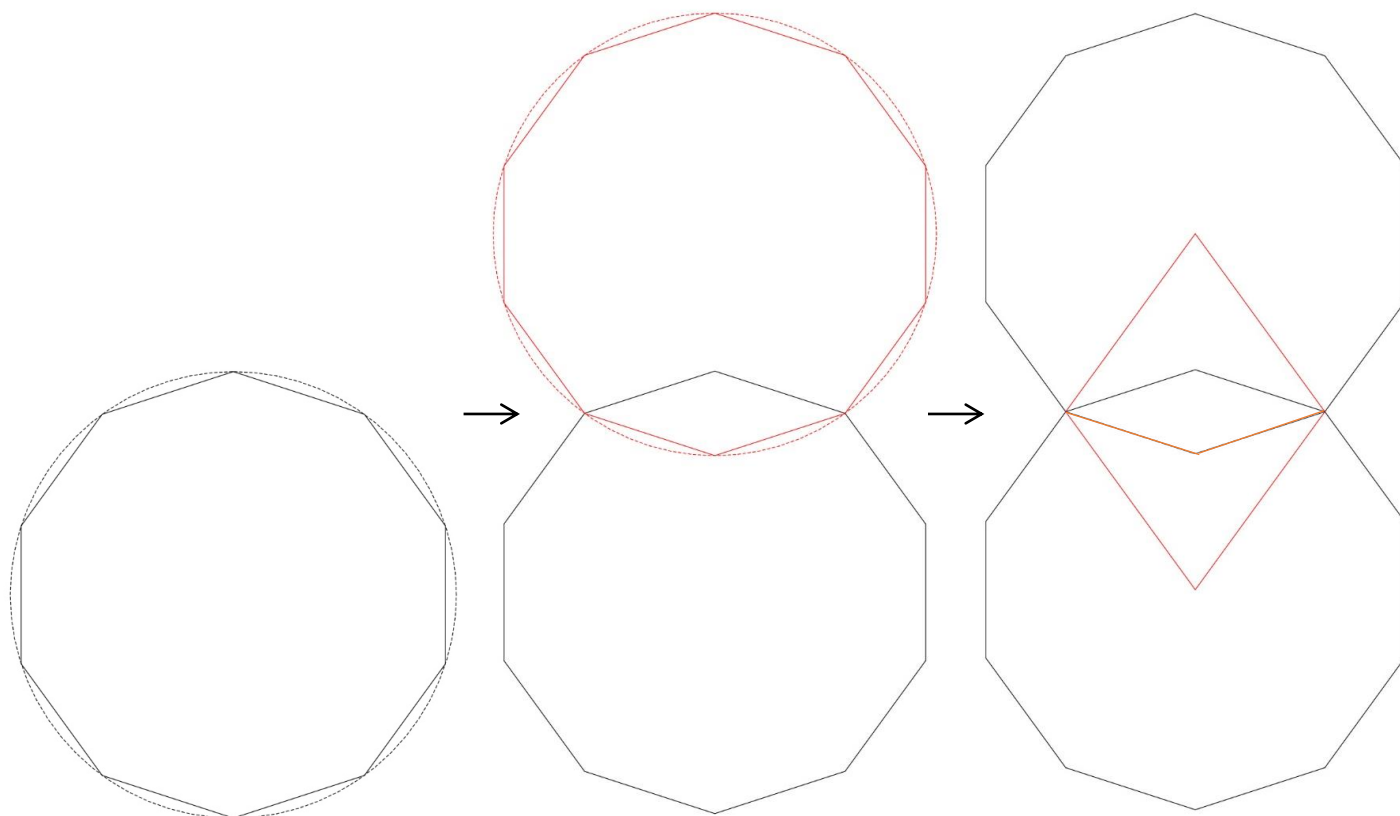
Plocha má tzv. lokální pětinasobnou symetrii, která se však rozšiřováním narušuje. Původní vzor, kterým jsme teselaci zahájili, se bude v ploše nekonečně opakovat, což je u neperiodických vzorů neobvyklé. Toto opakování se nazývá soběpodobnost, neboli opakování stejných vzorů v násobném měřítku.

Druhou metodu pro umísťování jednotlivých tvarů vymyslel britský matematik John Horton Conway (*26. 12. 1937), který se studiem Penroseových teselací zabývá. Na každou dlaždici nakreslíme dva oblouky různých barev o poloměru, který se rovná rozdělení stěny ve zlatém řezu. Při skládání se pak musí spojit oblouky stejné barvy. Tento způsob urychluje konstrukci a udržuje spoje stabilnější.

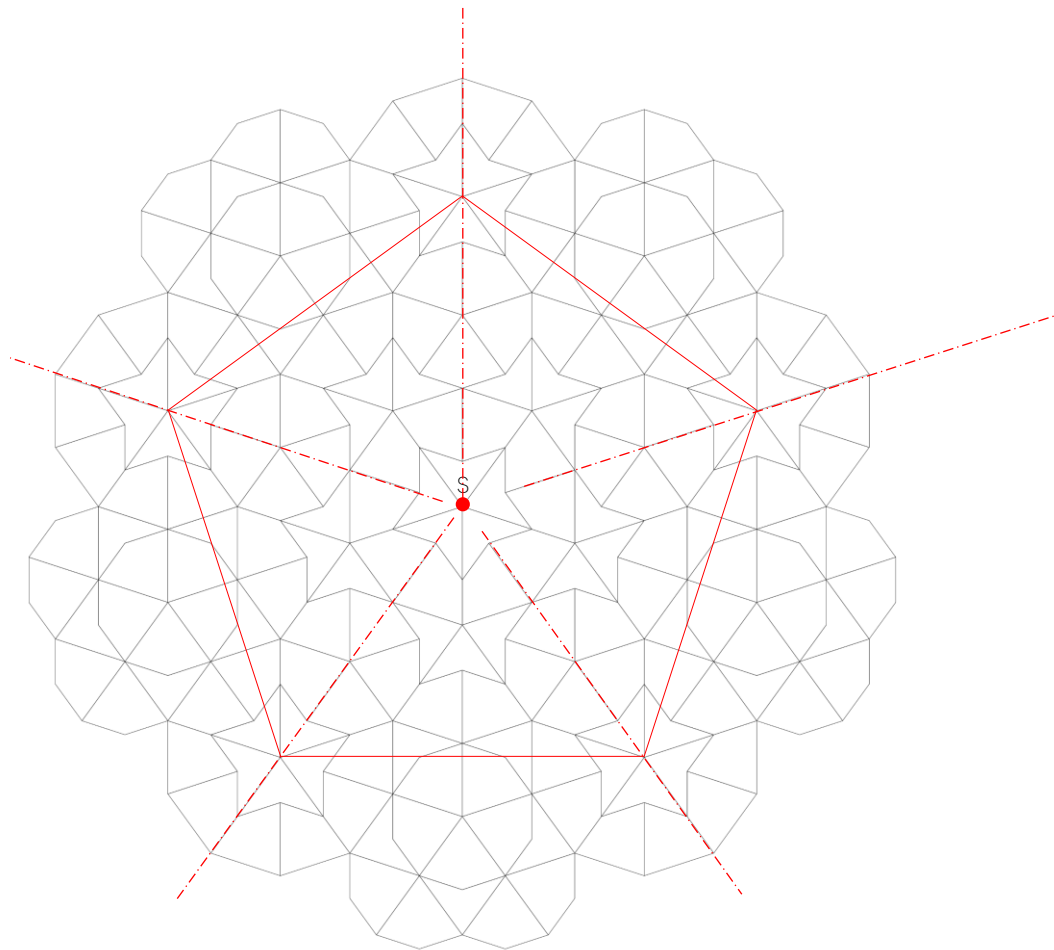


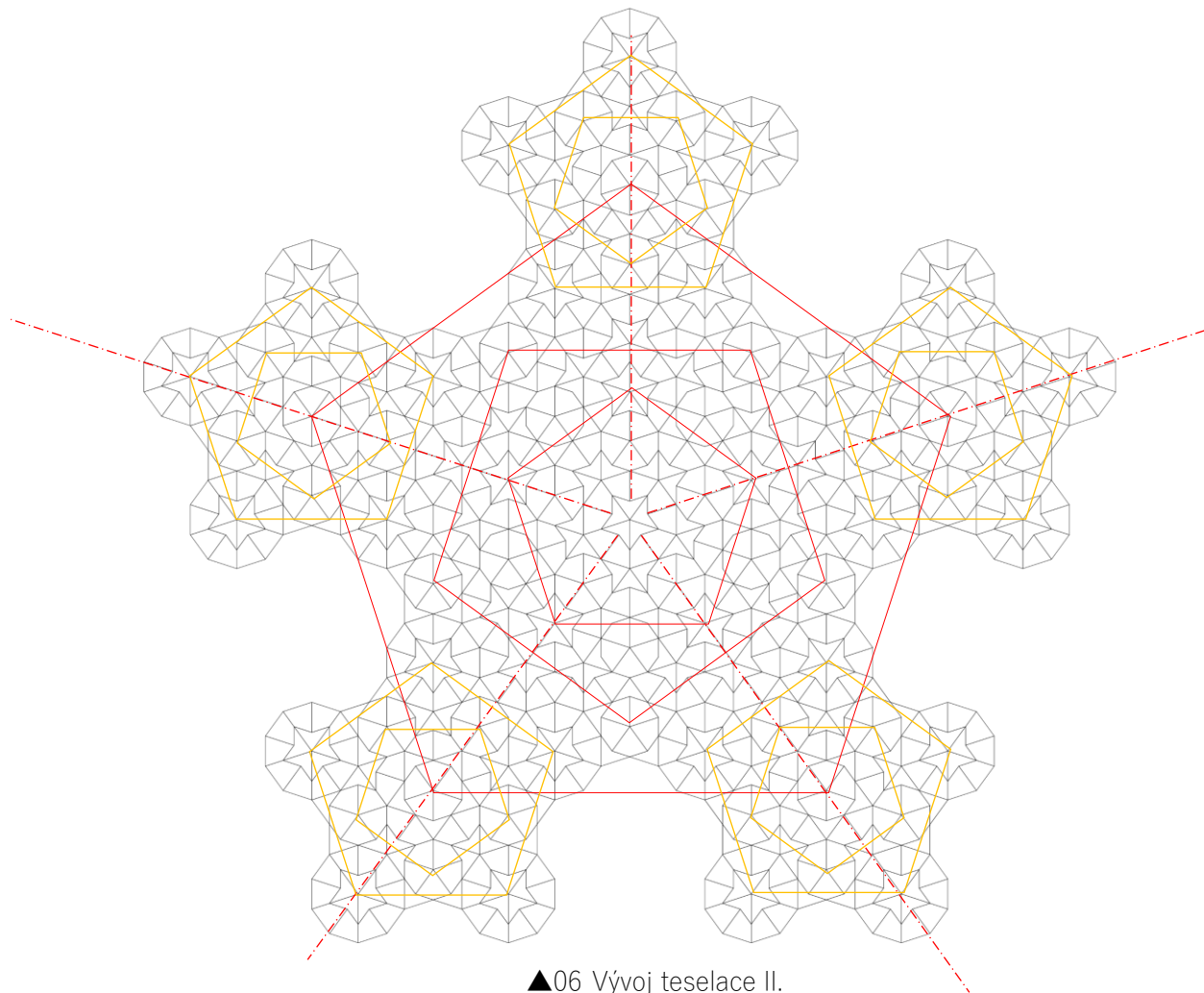
▲03 Ukázka Conwaynovi metody

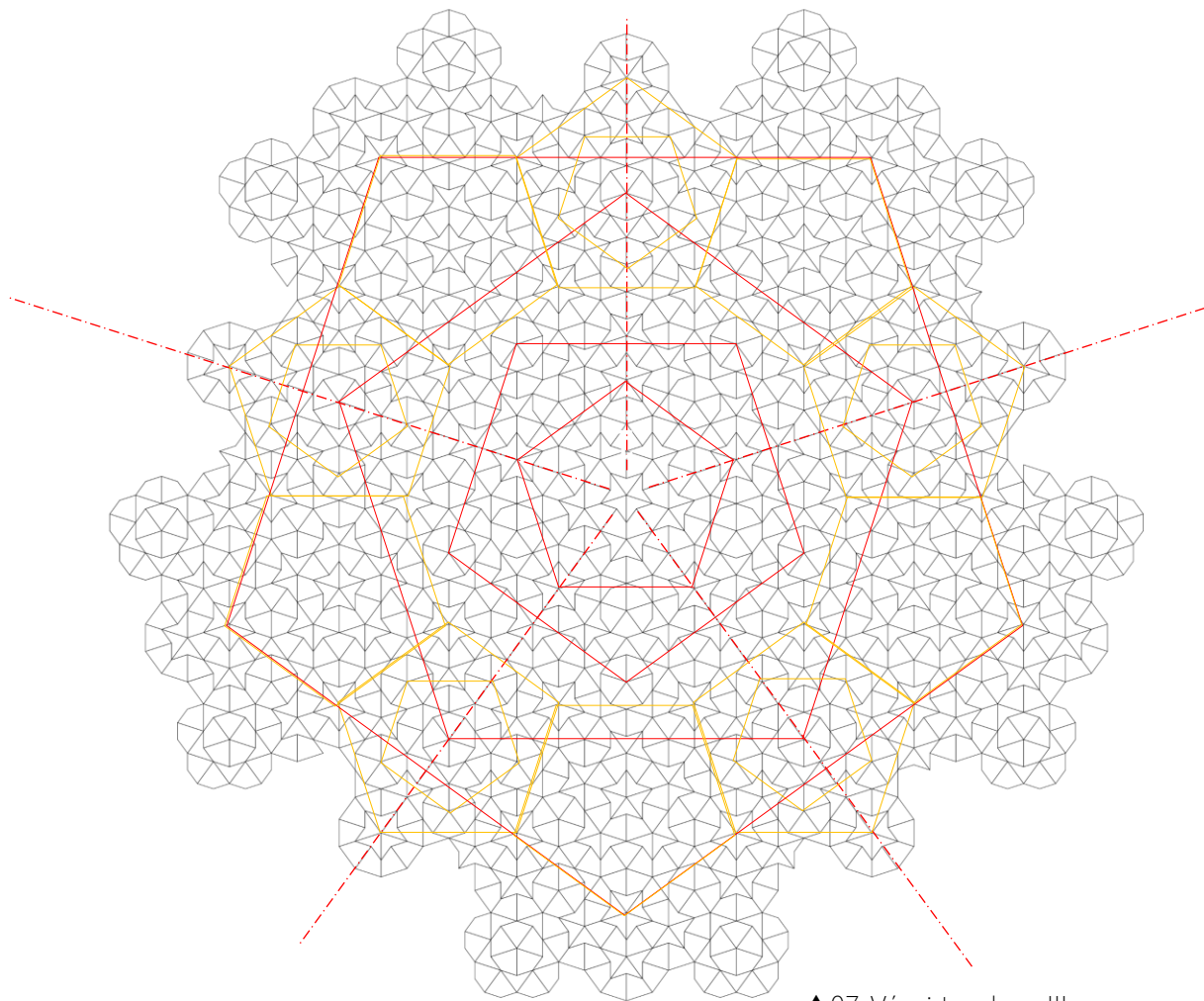
Pokud rovinné obrazce převedeme na fyzickou strukturu, vznikne tzv. kvazikrystal. Tento fenomén objevil roku 1982 krystalograf Dan Shechtman (*24. 1. 1941). Při pohledu na slitinu hliníku a manganu si všiml krystalizace s desetinásobnou symetrií. Tento objev byl jakousi třírozměrnou Penroseovou teselací. To bylo zprvu považováno za chybu, neboť se myslelo, že v krystalech mohou být symetrie pouze 2,3,4 nebo 6 řádu. Shechtman tak získal v roce 2011 Nobelovu cenu za chemii. [1] [2]

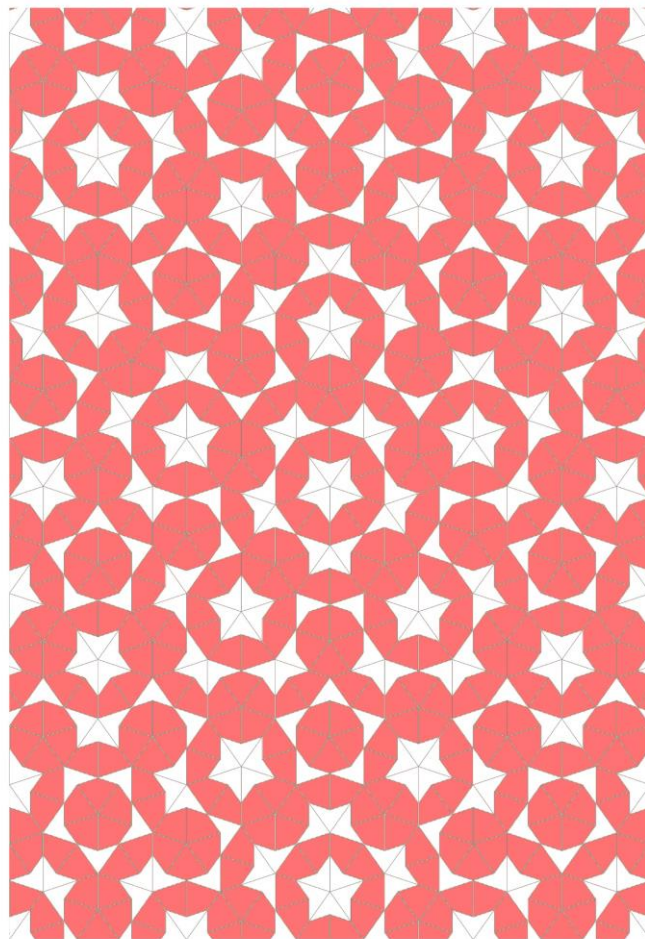


▲04 Geometrický postup pro vznik draků a šípů









Dláždění jsem
nechal natisknout
ve třech
barevných
variantách na
látku a z ní jsem
ušil pánské
motýlky

Příklad použití Penroseovy teselace

Dlažbu vytvořil sám Roger Penrose na půdě Texas A&M University

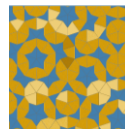


▲09 Roger Penrose stojící na Penroseově dlažbě



P Á N S K Ý
M O T Ý L E K





▲11 Motýlek na živém modelovi

Použité zdroje

Pokud není uvedeno jinak, je použit materiál z vlastních zdrojů.

- [1] kniha: Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers, Martin Gardner, str. 6-10
- [2] How to make a Penrose tiling, <http://static1.squarespace.com>, [cit. 15.11.2017]
- [3] video: Animated Penrose Tiling (part 2), musesti1, youtube.com
<https://www.youtube.com/watch?v=Pyg0f27kKXw&t=182s>, [cit. 1.11.2017]

Seznam obrázků

- Obr. 1: Schéma vzniku šipky a draka, Dominik Rejthar
- Obr. 2: Názvy vnikajících seskupení, <http://static1.squarespace.com>, [cit. 20.11.2017]
- Obr. 3: Ukázka Conwaynovi metody, Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers, str. 11
- Obr. 4: Geometrický postup pro vznik draků a šípů, Dominik Rejthar
- Obr. 5: Vývoj teselace I., Dominik Rejthar
- Obr. 6: Vývoj teselace II., Dominik Rejthar
- Obr. 7: Vývoj teselace III., Dominik Rejthar
- Obr. 8: Hotová teselace, Dominik Rejthar
- Obr. 9: Roger Penrose stojící na Penroseově dlažbě, <https://commons.wikimedia.org>, [cit. 20.11.2017]
- Obr. 10: Pánské motýlky, Dominik Rejthar
- Obr. 11: Motýlek na živém modelovi, Dominik Rejthar